Indexschreibweise - Handout
(für dreidimensionale, orthogonale Basen)

- Vektor: v_i
- Inneres Produkt: $a \cdot b \rightarrow a_i b_i$
- Kreuzprodukt: $\vec{a} \times \vec{b} \rightarrow \epsilon_{ijk} a_j b_k$
- symmetrischer Tensor*antisymmetrischer Tensor = 0 : $a_{ij} s_{ij} = -a_{ji} s_{ji} = -a_{ij} s_{ij} \Rightarrow as = -as \Rightarrow as = 0$

(Inneres Produkt "korrekt" mit Beachtung des Dualraums, sprich für nicht orthogonale Räume und $g_{ij} \neq \delta_{ij}$: $a^i b_i = a^i b^j g_{ij}$)

Differentialoperatoren

- Gradient: $\nabla\phi \rightarrow \partial_i \phi$
- Divergenz: $\nabla \cdot \vec{a} \rightarrow \partial_i a_i$
- Rotor: $\nabla \times \vec{a} \rightarrow \epsilon_{ijk} \partial_j a_k$
- Gradient des Ortsvektors: $\partial_i x_k = \delta_{ik}$
- Divergenz des Ortsvektors: $\partial_i x_i = \delta_{ii} = Tr(\delta) =$ n; n.... Anzahl der Dimensionen!

Delta auf Tensor : $\delta_{ik} x_k = x_i$

Epsilon Tensoren überschieben: $\epsilon_{ijk}\epsilon_{klm} = \epsilon_{kij}\epsilon_{klm} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}$

Epsilon Symbol: $\epsilon_{123} = 1$; sobald 2 Indizes gleich sind $\epsilon_{ijj} = 0$; pro Vertauschung von 2 Indizes : *(-1) !

Allgemeine Hinweise:

Immer darauf achten: Soll mein Ergebnis ein Skalar/Vektor/Tensor n-ter Stufe sein müssen 0/1/n freie Indizes über bleiben. In einem Term darf ein Index nie drei Mal vorkommen. Über doppelt vorkommende Indizes ("dumme Indizes") wird summiert. Diese dürfen beliebig umbenannt werden, solange nicht eine der anderen Regeln verletzt wird (sprich nacher nicht ein Index 3 Mal vorkommt!). Bei Gleichungen: Kontrollieren, ob auf beiden Seiten der Gleichung in jedem Term die gleichen freien Indizes übrig bleiben.