

### 4.1<sup>1</sup> Kräfte zwischen Kreis- und Linienstrom

Gegeben sei ein unendlich langer dünner Leiter  $L_1$ , der im Abstand  $x = d$  parallel zur  $y$ -Achse verläuft und von einem zeitlich konstanten Strom  $I_1$  durchflossen wird.

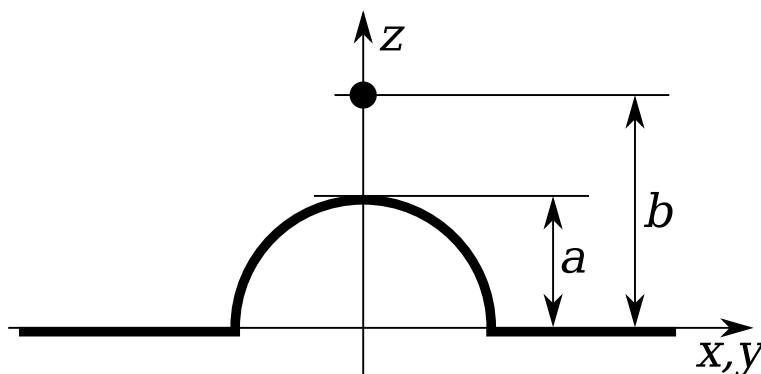
a) Berechne das Magnetfeld und daraus ein Vektorpotential.

b) Betrachte zusätzlich einen dünnen Leiter  $L_2$ , welcher einen Kreis mit Radius  $a < d$  und Mittelpunkt im Ursprung bildet und ebenfalls in der  $x$ - $y$ -Ebene liegt. Dieser werde von einem konstanten Strom  $I_2$  durchflossen. Berechne die auf den Leiter  $L_2$  wirkende Kraft  $\vec{F}$ .

Hinweis:  $\int_0^\pi \frac{\cos(x)dx}{1+\alpha \cos(x)} = \frac{\pi}{\sqrt{1-\alpha^2}} \frac{\sqrt{1-\alpha^2}-1}{\alpha}$  für  $|\alpha| < 1$ .

### 4.2<sup>1</sup> Leitende Ebene mit kugelförmiger Ausbuchtung

Eine unendlich ausgedehnte geerdete leitende Platte habe eine Ausbuchtung in Form einer Halbkugel mit Radius  $a$ . Eine Punktladung  $q$  werde auf die Symmetrieachse des Systems im Abstand  $b > a$  vom Mittelpunkt der Halbkugel angebracht. Berechne mit Hilfe der Methode der Bildladungen das Potential  $\phi$  sowie die auf der Halbkugel influenzierte Gesamtladung.

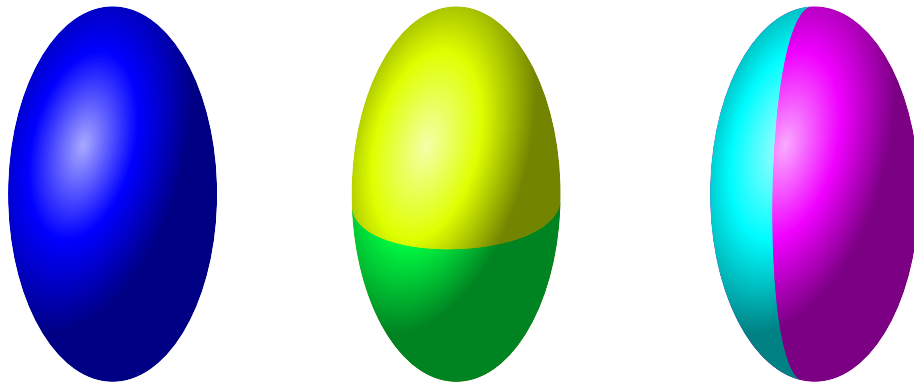


### 4.3 Multipolmomente homogen geladener Ostereier

Gegeben seien drei bezüglich der  $z$ -Achse rotationssymmetrische Ellipsoide mit Hauptachsen  $a = b, c$ .

<sup>1</sup>Früheres Testbeispiel.

- a) Das erste Ellipsoid sei homogen mit Raumladungsdichte  $\rho_0$  geladen. Berechne hierfür die elektrostatischen sphärischen Multipolmomente  $q_{lm}$  mit  $l \leq 2$  und schreibe das elektrostatische Potential in der entsprechenden Näherung für  $r > \max(a, c)$  an.
- b) Das zweite Ellipsoid von der selben Form sei für  $z > 0$  positiv und für  $z < 0$  negativ mit Raumladungsdichte  $\pm\rho_0$  geladen. Wie sehen die entsprechenden Multipolmomente und Potentiale für  $l \leq 2$  aus (wieder bezüglich des Zentrums des Ellipsoids)?
- c) In welche Richtung wirkt die Kraft auf das erste Ei, wenn es sehr weit weg vom zweiten Ei platziert wird (in Abhängigkeit von  $\vartheta$  und  $\varphi$ )? (Es braucht nur der führende nicht-verschwindende Term der Entwicklung angegeben werden).
- d) Freiwillige Fleißaufgabe: Das dritte Ellipsoid sei für  $x > 0$  positiv und für  $x < 0$  negativ geladen. Welche Multipolmomente  $q_{lm}$  für  $l \leq 2$  verschwinden nicht?



Hinweis zu 4.2: Versuche einen Ansatz mit 3 Bildladungen.

Hinweis zu 4.3: Es ist zweckmäßig, wenn man für die Berechnungen zu Koordinaten  $\tilde{x} = x/a$ ,  $\tilde{y} = y/a$ ,  $\tilde{z} = z/c$  übergeht, und im  $\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ -Raum Kugelkoordinaten  $\tilde{r}$ ,  $\tilde{\vartheta}$ ,  $\tilde{\varphi}$  einführt. Beachte dabei, dass die Winkel in den Kugelflächenfunktionen  $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$  aber im  $xyz$  Raum definiert sind.

---

Ankreuzbar: 1a, 1b, 2, 3a, 3bc