Aufgabenblatt 8 **für 28.05.2010**

8.1 Strahlungsdruck einer inhomogenen ebenen Welle

Eine elektromagnetische Welle treffe senkrecht auf ein Medium mit konstanter Permittivität ε, konstanter Permeabilität μ und konstanter Leitfähigkeit σ.
a) Zeige, dass der Reflexionskoeffizient geschrieben werden kann als

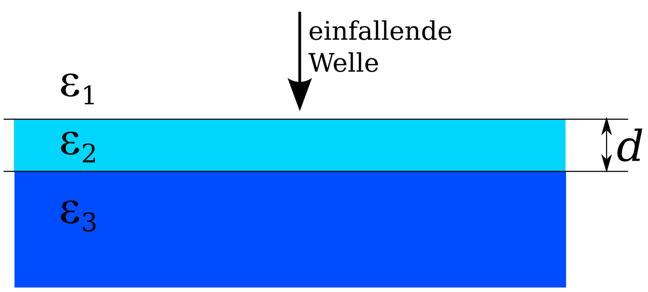
$$R = \frac{(n-\mu)^2 + \kappa^2}{(n+\mu)^2 + \kappa^2}.$$

Hinweis: Die einfallende Welle kann als linear polarisiert angenommen werden, ohne die Allgemeinheit der Ergebnisse einzuschränken. Beachte, dass die Fresnelschen Formeln in der Vorlesung nur für $\mu = 1$ und $\sigma = 0$ hergeleitet wurden.

b) Wie schaut die Welle im leitenden, dielektrischen Medium im niederfrequenten Fall aus ($\mu = 1$, $\omega \ll 4\pi\sigma/\varepsilon$)? Berechne den Strahlungsdruck P (Zeitmittel über eine Periode) dieser Welle auf das Medium, dessen Dicke $d \gg c/\sqrt{2\pi\sigma\omega}$ beträgt.

8.2 Antireflexbeschichtung

Auf ein dielektrisches Medium mit Dielektrizitätskonstante ε_3 wird eine dünne Schicht der Dicke d eines Mediums mit Dielektrizitätskonstante ε_2 aufgedampft. Eine monochromatische ebene elektromagnetische Welle falle senkrecht auf dieses Medium aus einem Bereich mit Dielektrizitätskonstante ε_1 ein (siehe Skizze).



a) Zeige, dass das Verhältnis der Amplituden von auslaufender (E_1^-) und einlaufender (E_1^+) Welle im Bereich 1 gegeben ist durch

$$\frac{E_1^-}{E_1^+} = \frac{\alpha_{12} + \alpha_{23} e^{2ik_2 d}}{1 + \alpha_{12}\alpha_{23} e^{2ik_2 d}}, \qquad \text{mit } \alpha_{jk} := \frac{n_j - n_k}{n_j + n_k}.$$

Hinweis: Die einfallende Welle kann als linear polarisiert angenommen werden. Setze im Bereich 1 und 2 ein- und auslaufende ebene Wellen an (E_1^+, E_1^-, E_2^+, E_2^-; $\pm k_1$, $\pm k_2$), und im Bereich 3 eine auslaufende ebene Welle (E_3^+; $+k_3$). Zeige, dass die Anschlussbedingungen bei $z = 0$ und $z = d$ zu der angegebenen Formel führen.

b) Wie lautet der Reflexionskoeffizient dieser Anordnung? Wie muss man die Dicke d und die Materialkonstante ε_2 der aufgedampften Schicht wählen, damit überhaupt kein Licht reflektiert wird?

8.3 Totalreflexion am Diamant

Der Brechungsindex $n = \sqrt{\epsilon}$ eines Dielektrikums besitze den Wert $n = 1+\sqrt{2}$ (Dieser Wert liegt sehr nahe am Brechungsindex von Diamant: $n_{\text{Diamant}} \approx 2.417$). Untersuche mit Hilfe der Fresnelschen Formeln, ob es möglich ist, durch Totalreflexion an einer Grenzfläche dieses Dielektrikums zum Vakuum aus linear polarisiertem monochromatischem Licht zirkular polarisiertes monochromatisches Licht herzustellen. Falls der gewünschte Effekt möglich ist: Mit welcher Schwingungsrichtung bezüglich der Einfallsebene und unter welchem Einfallswinkel muss man die Welle auf die Grenzfläche einfallen lassen? Ist dieser Effekt auch für Kronglas ($n \approx 1.5$) möglich?

Hinweis: Überzeuge dich, dass die Fresnelschen Formeln bei Totalreflexion aufgrund der imaginären Größe $\cos\alpha' = i\sqrt{n^2 \sin^2\alpha - 1}$ zu einer Phasenverschiebung $E_p''/E_p = \exp(i\varphi_p)$ mit $\tan(\varphi_p/2) = n\sqrt{n^2\sin^2\alpha - 1}/\cos\alpha$ führen (und ähnlich für E_s''/E_s). Zeige, dass die gesamte Phasenverschiebung $\varphi = \varphi_p - \varphi_s$ mit Hilfe der Additionstheoreme für Tangens geschrieben werden kann als

$$\tan\frac{\varphi}{2} = \frac{\cos\alpha\sqrt{n^2\sin^2\alpha - 1}}{n\sin^2\alpha}.$$

Ankreuzbar: 1a, 1b, 2a, 2b, 3