

9.1 Metallischer Spiegel

Der Halbraum $z < 0$ sei ladungsfreies Vakuum, der Halbraum $z \geq 0$ sei von einer ideal leitenden Substanz erfüllt. Aus dem Vakuum falle eine monochromatische ebene elektromagnetische Welle auf die Grenzfläche $z = 0$ ein, deren elektrische Feldstärke durch

$$\vec{E}^+(z, t) = E_0^+ \cos(kz - \omega t) \vec{e}_x, \quad E_0^+ \in \mathbb{R}, \quad k = \frac{\omega}{c}$$

gegeben ist.

- Berechne das elektromagnetische Gesamt-Wellenfeld, das sich im Halbraum $z < 0$ ausbildet. Zeige über Additionstheoreme, dass sich eine stehende Welle bildet. (Hinweis: Im Inneren eines sogenannten „idealen Leiters“ ist das elektro-magnetische Feld stets null.)
- Berechne die Flächenladungsdichte und die Flächenstromdichte auf der Oberfläche $z = 0$ des idealen Leiters.

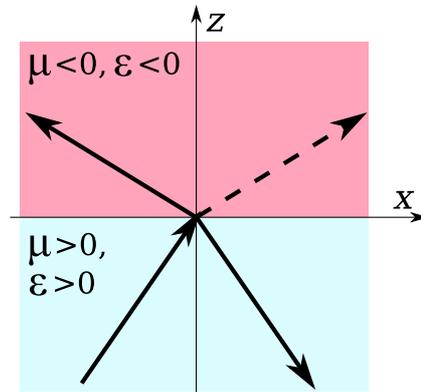
9.2 Brechung an einem Metamaterial¹

Gegeben sei ein Metamaterial mit $\varepsilon < 0$ und $\mu < 0$ (und $\sigma = 0$).

- Zeige mit Hilfe der Maxwellgleichungen, dass in so einem Material der Wellenvektor \vec{k} , die elektrische Feldstärke \vec{E} , und die magnetische Feldstärke \vec{H} ein linkshändiges Dreibein bilden und dass Poyntingvektor $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H}$ und Wellenvektor \vec{k} in entgegengesetzte Richtungen zeigen. (Anmerkung: Da der Poyntingvektor die Richtung des Energieflusses bestimmt, hat so ein Metamaterial demnach eine negative Gruppengeschwindigkeit relativ zur Phasengeschwindigkeit).
- Zeige, dass aus den Anschlussbedingungen an der Grenzfläche zwischen einem normalen Material und einem Metamaterial folgt, dass die gebrochene Welle auf der selben Seite des Lots weiterläuft (siehe Skizze - die strichlierte Linie wäre der Verlauf der gebrochenen Welle in normalem Medium). In

¹(aus Wikipedia) Ein Metamaterial ist eine künstlich hergestellte Struktur, deren Durchlässigkeit für elektrische und magnetische Felder (Permittivität ε_r und Permeabilität μ_r) Werte aufweisen, die in der Natur üblicherweise nicht vorkommen. Von besonderem Interesse sind Metamaterialien mit reellen Brechzahlen im Bereich $-\infty < n < 1$. Diese Materialien absorbieren das Licht nicht und versprechen neuartige Anwendungen im Bereich der Optik und Elektrotechnik.

welche Richtung zeigt der \vec{k} -Vektor der gebrochenen Welle? Will man das Brechungsgesetz von Snellius in unveränderter Form beibehalten, folgt daraus, dass für dieses Metamaterial gilt: $n = -\sqrt{\mu\varepsilon} < 0$.



9.3 Feld eines plötzlich gestoppten geladenen Teilchens

Ein ursprünglich gleichförmig bewegtes Teilchen wird bei $x = 0$, $t = 0$ plötzlich gestoppt (siehe Abbildung in den Vorlesungsfolien, Kapitel VI, letzte Seite). Der in der Abbildung eingezeichnete Pfad bildet Kreisbögen EA und FD mit Zentrum im ruhenden bzw. im sich bewegenden Teilchen (also der Position des Teilchens, an der es sich zum Zeitpunkt der Aufnahme befinden würde, wenn es nicht bei $t = 0$ gestoppt worden wäre), und verbindet diese Kreisbögen, indem es entlang $ABCD$ den Feldlinien folgt. Zeige dass zwischen den Polarwinkeln θ_0 und φ_0 , die den Öffnungswinkel von gleichem elektrischen Fluss vor und nach der Schockwelle beschreiben, folgende Relation gelten muss:

$$\tan \varphi_0 = \gamma \tan \theta_0.$$

Hinweis: Zeige, dass das elektrische Feld eines gleichförmig bewegten Teilchens folgenden Betrag hat:

$$E = \frac{q}{r^2} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}$$

mit Polarwinkel φ . Betrachte den Rotationskörper, der entsteht, wenn man die Kurve $EABCD$ aus oben genannter Abbildung um die x -Achse rotiert, und wende auf diesen das Gaußsche Gesetz (Integralform des Coulombschen Gesetzes) an. Hinweis 2: $\cos \theta_0 = 1/\sqrt{1 + \tan^2 \theta_0}$.

Ankreuzbar: 1a, 1b, 2a, 2b, 3