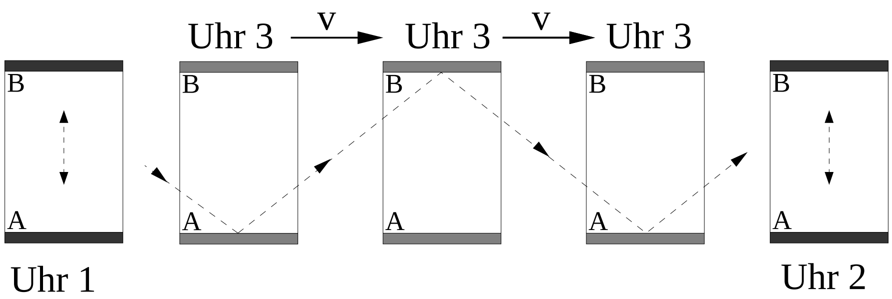
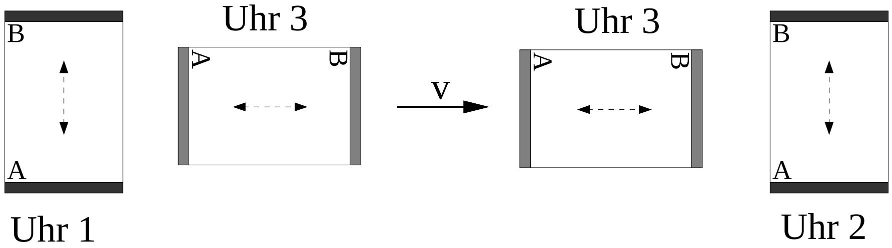
Aufgabenblatt 10 **für 11.06.2010**

10.1 Zeitdilatation und Längenkontraktion

a) Zwischen zwei parallelen Spiegeln A und B mit Abstand L bewege sich ein Lichtblitz hin und her. Diese „Uhr“ ticke bei jedem Auftreffen des Lichtblitzes auf den Spiegel A, was durch einen Zähler registriert werde. Es seien nun zwei solcher Uhren synchronisiert und in einem festen Abstand voneinander aufgestellt. Eine dritte bewege sich dazu mit der konstanten Relativgeschwindigkeit v wie im Bild dargestellt. Berechne mit Hilfe geometrischer Überlegungen den Faktor, um den die bewegte Uhr langsamer geht als die beiden ruhenden.

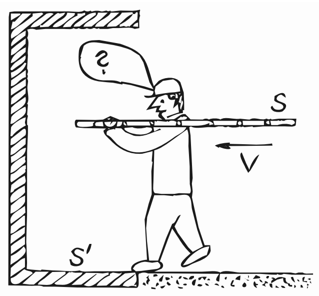


b) Es sei der Versuchsaufbau wie in Teil (a) gegeben mit dem Unterschied, dass nun die sich bewegende dritte Uhr um 90° so gedreht ist, dass die Bewegungsrichtung der Uhr parallel zum Laufweg des Lichtblitzes in ihrem Innern ist.
Um welchen Faktor muss der Abstand der beiden Spiegel der bewegten dritten Uhr *verringert* werden, damit sie um den in Teil (a) berechneten Faktor langsamer geht?



Anmerkung: Auch hier reichen zur Berechnung einfache geometrische Überlegungen zu den Laufstrecken des Lichtblitzes in der bewegten dritten Uhr aus.

10.2 Kontrahierte Leiter



Ein Meister läuft mit Geschwindigkeit $v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$ ($\gamma = 2$) mit einer L_0 =2 m langen Leiter (Ruhelänge) horizontal auf der Schulter in einen Abstellraum der (Ruhe-)länge l_0 =1 m mit massiven Wänden, sein dort wartender Geselle soll hinter ihm die Türe schließen. Der Geselle sieht die lorentzkontrahierte Leiter von 1 m Länge, und ruft dem Meister zu, dass sich das locker ausgeht. Der Meister sieht den lorentzverkürzten Abstellraum von 1/2 m Länge, und bezweifelt das allerdings. Betrachte den Vorgang zunächst vom Ruhesystem S' des Abstellraumes und dann vom Ruhesystem S des Meisters aus. Wie löst sich das vermeintliche „Paradoxon" auf? Zeige, dass der „Trick" sogar für noch kürzere Abstellräume klappt, wenn nur $l_0 \geq l_{0,\mathrm{min}}$. Wie groß ist $l_{0,\mathrm{min}}$? Was sieht der Geselle in diesem Fall? Zeichne entsprechende Minkowskidiagramme und trage l_{min} bzw. $l_{0,\mathrm{min}}$ ein.
Hinweis: Ein absolut starrer Körper ist nach der Relativitätstheorie nicht möglich, die Signalgeschwindigkeit physikalischer Wirkungen ist c.

10.3 Vierervektoren

Gegeben seien Lorentztransformation in x-Richtung $\Lambda^\mu{}_\nu(\beta)$ (siehe Vorlesungsfolien), in y-Richtung $\Lambda'^\mu{}_\nu(\beta')$, und eine Drehung $D^\mu{}_\nu(\alpha)$ um die z-Achse:

$$(\Lambda'^\mu{}_\nu(\beta')) = \begin{pmatrix} \gamma' & 0 & -\beta'\gamma' & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\beta'\gamma' & 0 & \gamma' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (D^\mu{}_\nu(\alpha)) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

sowie ein Vierervektor $x^\mu = (ct, x, y, z)$.
a) Zeige: Ist x^μ raumartig (lichtartig, zeitartig), so ist auch $s^\mu := \Lambda^\mu{}_\nu(\beta)x^\nu$ raumartig (lichtartig, zeitartig).
b) Zeige, dass im Allgemeinen $\Lambda^\mu{}_\nu(\beta)\Lambda'^\nu{}_\sigma(\beta') \neq \Lambda'^\mu{}_\nu(\beta')\Lambda^\nu{}_\sigma(\beta)$. Unter welchen Bedingungen gilt das Gleichheitszeichen „="?
c) Zeige: Lässt sich das Produkt der zwei Lorentz-Transformationen in folgender Weise schreiben: $\Lambda^\mu{}_\nu(\beta)\Lambda'^\nu{}_\sigma(\beta') = D^\mu{}_\nu(\alpha')\Lambda^\nu{}_\tau(\beta'')D^\tau{}_\sigma(\alpha)$, dann folgt daraus $\Lambda'^\mu{}_\nu(\beta')\Lambda^\nu{}_\sigma(\beta) = D^\mu{}_\nu(-\alpha)\Lambda^\nu{}_\tau(\beta'')D^\tau{}_\sigma(-\alpha')$.

Ankreuzbar: 1a, 1b, 2, 3ab, 3c