

Name:

Matr. Nr.:

## STATISTISCHE PHYSIK I – 2. Test 17. 06. 2011

### 1 Theorie (40 Punkte)

- (a) Beschreiben Sie den Unterschied zwischen einem kanonischen Ensemble und einem großkanonischen Ensemble und geben Sie die klassischen Zustandssummen für beide Enembletypen an; beschreiben Sie auch die Annahmen und die Ableitungsschritte für die Zustandssummen. [10]
- (b) Wodurch sind viele identische Bosonen und Fermionen in Bezug auf ihre Wellenfunktion charakterisiert? Wie kann man diese Eigenschaften formalisieren (zwei Darstellungsarten)? [10]
- (c) Wie verhalten sich Ensembles von Bosonen und Fermionen bei sehr niedrigen Temperaturen? Wie kann man das begründen? [10]
- (d) Beschreiben Sie den “Maxwellschen Dämon”. Warum verstößt er nicht (langfristig) gegen den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik? [10]

### 2 Fermionisches $M$ -Niveausystem (30 Punkte)

Gegeben sei ein Quantengas, das aus Fermionen eines  $M$ -Niveausystems<sup>1</sup> mit Energien  $\epsilon_a$  und Zuständen  $|\phi_a\rangle$  ( $a = 1, 2, 3, \dots, M$ ) besteht, mit  $\epsilon_a < \epsilon_{a'}$  für  $a < a'$ .

- (a) Drücken Sie den Fock-Zustand, bei dem nur die drei niedrigsten Energieniveaus besetzt sind, über die Einteilchenzustände  $|a\rangle := |\phi_a\rangle$  aus.
- (b) Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme für dieses System.
- (c) Berechnen Sie das großkanonische Potential und die davon abgeleitete Entropie. Wie verhält sich die Entropie bei hohen Temperaturen  $T \rightarrow \infty$  für  $M = 5$ ?

BITTE WENDEN!

---

<sup>1</sup>Die Energieniveaus seien nicht entartet - d.h. der Spin der Fermionen braucht nicht berücksichtigt zu werden (z.B. weil die Energieniveaus verschiedener Spinzustände durch ein äußeres Magnetfeld aufgespalten wurden.)

### 3 Asymmetrische harmonische Falle (30 Punkte)

Gegeben sei ein klassisches, ideales Gas von ununterscheidbaren, punktförmigen Teilchen in zwei Dimensionen in einer asymmetrischen harmonischen Falle. Die Hamiltonfunktion jedes Teilchens im Gas ist gegeben durch

$$H = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} (x^2 + 4y^2).$$

Das Gas ist in Kontakt mit einem Wärmebad der Temperatur  $T$  und mit einem Teilchenbad des chemischen Potentials  $\mu$ .

- (a) Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme für dieses System.
- (b) Berechnen Sie die mittlere Teilchenzahl  $\langle N \rangle$ .
- (c) Berechnen Sie die mittlere Energie  $\langle E \rangle$  und das Verhältnis  $\langle E \rangle / \langle N \rangle$ .

---

Hinweis:

- Gaußsches Integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}.$$