

7. Tutorium**für 10.06.2011****7.1 Maxwellscher Dämon**

a) Skizziere das Prinzip des Maxwellschen Dämons, und erläutere eigene und/oder historische Einwände und deren mögliche Auflösungen¹.

b) Welche Argumente werden im Artikel „What Maxwell’s demon could do for you“ (<http://arxiv.org/abs/1105.4768>) angeführt, um den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik zu umgehen?

*) Wie könnte man für oder gegen diesen Artikel argumentieren?

7.2 Hohlraumstrahlung

Die Hamiltonfunktion eines Photonengases lautet²

$$\hat{H} = \sum_{\vec{k}, \sigma} \hbar \omega_{\vec{k}} \left[\hat{N}_{\vec{k}, \sigma} + \frac{1}{2} \right],$$

wobei $\hat{N}_{\vec{k}, \sigma}$ als Operator die Anzahl der Photonen mit Wellenvektor $\vec{k}$ und Polarisation $\sigma = 1, 2$ beschreibt³. Das Photonengas befinde sich in einem Hohlraum mit Volumen V .

a) Wie lautet die großkanonische Zustandssumme des Photonengases? (Hier soll angenommen werden, dass das Volumen V endlich ist und die Wellenvektoren $\vec{k}$ quantisiert sind, sodass nur eine abzählbare Menge von Wellenvektoren mit zugehörigen Polarisationen zulässig ist, etwa $(\vec{k}_1, \sigma_1)$, $(\vec{k}_2, \sigma_2)$, $(\vec{k}_3, \sigma_3)$, ... Auch verschwindet das chemische Potential für Photonen $\mu = 0$.)

b) Berechne das großkanonische Potential $J(T, V, \mu)$ und daraus die Entropie S des Photonengases. Wie verhält sich die Entropie im Limes $T \rightarrow 0$?

c) Zeige, dass der Erwartungswert für die Anzahl der Photonen mit Wellenvektor $\vec{k}$ und Polarisation σ gegeben ist durch

$$\langle N_{\vec{k}, \sigma} \rangle = \frac{1}{e^{\beta \hbar \omega_{\vec{k}}} - 1}.$$

¹Siehe (http://www.itp.tuwien.ac.at/Statistische_Physik_I#Vorlesungsfolien) Vorlesung vom 25. Mai 2011.

²Die Hamiltonfunktion ist bereits für den Fockraum angegeben, da ja eine variable Anzahl von Teilchen involviert ist. Siehe Skriptum Anhang A.7 „Quantization of the free electromagnetic field“.

³Die zugehörigen Polarisationsvektoren $\vec{e}_{\vec{k}, \sigma}$ sind orthogonal zueinander und orthogonal zur Ausbreitungsrichtung $\vec{k}$.

d) Die spektrale Intensität für die aus einem kleinen Loch austretende Hohlraumstrahlung pro Frequenzbereich $[\nu, \nu + d\nu]$ und Raumwinkel $d\Omega$ ist gegeben durch ($\nu = \omega_k/(2\pi)$)

$$I(\nu, T) = \frac{h\nu^3}{c^2} \sum_{\sigma=1,2} \langle N_{\vec{k},\sigma} \rangle.$$

Für welche Frequenz $\nu_{\max}$ wird die spektrale Intensität $I(\nu, T)$ maximiert?

e) Berechne die gesamte Strahlungsleistung pro Abstrahlfläche A (Stefan-Boltzmann Gesetz)

$$\frac{P}{A} = \int_0^\infty d\nu \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \cos\theta I(\nu, T).$$

(Der Faktor $\cos\theta$ berücksichtigt dabei, dass die Abstrahlung in eine beliebige gegebene Richtung nur die auf dieser Richtung senkrecht stehende Projektion der Fläche A als effektive Strahlfläche auftritt.)

Hinweise:

$(3-x)e^x = 3$ hat zwei Lösungen: $x = 0$ und $x \approx 2,82$.

$\int_0^\infty dx x^3 / (e^x - 1) = \pi^4/15$.

Ankreuzbar: 1ab, 2a, 2b, 2c, 2de